



永井博先生を悼む 多様体哲学はポスト・フレーゲ化できるか : タルスキー意味論からローベアー意味論へ (構想の試み)

著者	中戸川 孝治
雑誌名	筑波哲学
号	22
ページ	20-26
発行年	2014-03
URL	http://hdl.handle.net/2241/00122570

多様体哲学はポスト・フレーゲ化できるか

——タルスキー意味論からローベアー意味論へ（構想の試み）——

中戸川 孝治

0.

永井博先生からお聞きした言葉のうちで、いくつかは自分の哲学思索のなかで尾を引いている。そのような言葉のうち、存在するとは束縛変項の値であるというクワインの存在基準について、何処かに公表された記事の脚注で、(1) 本来在るべき世界存在の表層あるいは限定された局面しかとらえていない、という趣旨のご不満を記されていた。この批判をとりあげ、思い浮かぶところを記せば、多様体哲学をポスト・フレーゲ化する構想への展望が見え始めるかもしれない。筑波時代に伺ったことのうち、(2) 重心移動、(3) 実体化されない述語、については、末尾で、大凡のところを記述した。¹⁾

0. 1.

第1階言語を一つ定めると、それに呼応して、構造（解釈）が定まる。構造の対象領域は空でない集合とされ、その要素が定項の解釈になり、単項述語記号の場合は、対象領域全体またはその部分集合が解釈になる。タルスキー意味論では、束縛変項の取る値とは、対象領域となる集合の要素のことである。

対象領域の存在を学的な枠にもちこむことを意図すると否とにかかわらず、タルスキー意味論では、対象領域はメタ言語によって語られるものにすぎない。第1階言語の解釈（構造）により全称量化記号に指示対象として対応づけられた対象領域は、メタ言語の外に在るものではない。タルスキー意味論から見直すと、永井先生のクワイン存在基準へのご不満は存在を（メタ）言語へと内在させてしまうあたりに遠因があるかと思われる。

1. タルスキー意味論

タルスキー自身は、Truth and Proof（1968）で、all inclusive language（以下、AIL）

を導入する。普段使う言語に若干の記号を付け加えることで、タルスキー意味論を展開する一つのメタ言語が導入できる。このメタ言語を拡張していき、やがては究極の段階で AIL に到達する。AIL では、どの表現にもその指示する対象を（AIL の内側で）対応付けることができる。この性質を、タルスキーは意味論的完全性とよぶ。意味論的完全性を満たす言語では、自己言及が可能となり、嘘つきパラドックスがメタ言語内で発生する（AIL の maximality から、AIL を包括するより大きなメタ言語はない。AIL には外がない）。

やがて到達するであろうメタ言語 AIL を持ち出して、そのメタ言語のなかで、各表現の指示するものもメタ言語のなかで語りえるとするとき、存在はメタ言語の使用のなかに閉じ込められてしまう。メタ言語は普段の活動で使用する言語であるから、存在を言語の使用へ、さらに普段の活動へと閉じ込めた、ともいえよう。

タルスキーは、すべてを包括するメタ言語を掲げるだけにとどめ、その部分言語を導入し、サイエンスの特定の分野（化学、言語学等）にわりあて、科学的意味論に基づく科学方法論を提唱する。1968 年論文の末尾近くでは、究極的な包括的言語に何時か到達するまでの過程と、経験の漸次拡大との照応が示唆されている。²⁾

2. 集合論的意味論から圏論的意味論へ

多様体哲学のポスト・フレーゲ化を構想するとき、素朴集合論を縦横に活用して展開されるタルスキー意味論の段階では、多様体哲学のポスト・フレーゲ化を構想する段階までたどり着けない。最終的には、圏論にもとづくローベアー意味論と、‘Sets Within Geometry’³⁾という彼の数学史観が必要になる。多様体哲学のポスト・フレーゲ化が構想できるためには、集合論と論理学の相対化の過程がやがて圏論的意味論へと発展していく過程のはてに自らの視点を置けるようにならなければならない。集合論の数学は、ガウス・リーマンから始まる多様体の幾何学の中の一支流であり、カルタン・グロタンディックをへて、さらに、圏論という言葉でも世界を自由に記述できるような段階まで到達しなければならない。集合から多様体への移行過程にあるのが、クリプケ意味論であり、とりわけ、様相論理 S4 の可能世界解釈である。S4 解釈における可能世界間の到達可能関係は半順序であり、そこには離散位相を入れることができ、それ故、クリプケ・フレームを前層構造とみることができ、代数的多様体とのつながりが見えてくる。ベクトル空間の代数構造は、環を含む故、可微分多様

体でも前層を埋め込むことにより、クリプケ・フレームとのつながりが展望できる。

2. 1.

可能世界意味論は、非標準論理のモデルにもつかわれる。部分構造論理化された認知論理は、two wise girls puzzle の解析に応用されている（Fukayama, Nakatogawa, Kitamura 2007）。ゲームの状況においては、各プレーヤーが相手とその状況について有する知識とその変化の構造は非標準論理で記述されることがある。各合理的行為者（エージェント、rational agent）がその時点での自分の置かれた状況についての知識を使い自らの行為選択をするとき、他のエージェントの知識と置かれた状況も変化していく。各々のエージェントから見た状況にたいする知識の変化とゲームが展開される場の変化が照応する状況は、多様体意味論というべきものを予想させる。エージェントの活動により変化する知識と世界の照応関係が、現代人が必要とする程度の精度と予想可能性を伴ってサイエンスとして解明されていくであろう。現代に活躍する人が「合理的」に決定をくりかえして、活動空間のなかを移動する。そのとき、エージェントとしての彼の知識と世界も継続的に、また、時にジャンプし、変化の遷移系を切り替えながら、変化していく。

3. 歴史的に形成された活動空間としての多様体

このような世界の捉え方の初期の要請の一つは、オランダの地図業者が、貿易のために正確な海図を必要とし、形と方位を正確に平面上に反映する投影図法があるか、ガウスに問い合わせたところに発生した。ガウスが微分幾何の研究で驚異の定理（Theorema Egregium, 1827）に導かれた契機がここにある。驚異の定理の意味するところは、次のように述べられる。卵の殻を床に踏みつけたら破れる、破ることなく平面に踏みつけることは不可能である。このような意味を有する驚異の定理から、オランダの地図業者の求めた投映法は存在しえないことが導かれる。⁴⁾

地図業者のガウスへの問い合わせは、17 世紀終わりころから 19 世紀前半にかけて、活発になる経済活動の興隆と呼応している。この 19 世紀前半に書かれた『ドイツ・イデオロギー』（マルクス・エンゲルス）は、地球全体を覆うように発展する資本主義の拡大の過程を、vervielfachen という語で表現している。⁵⁾ 歴史的に発展拡大する経済活動は、さらに、歴史過程として、グローバル時代へとつながる。こう

いった意味で、歴史的に形成された多様体、それを研究する哲学としての多様体の哲学、というものが考えられる。驚異の定理から開かれた新しい展望は、ガウスの死の1年前、リーマンがガウスの前で行った講演のなかで n 重に畳み込まれたものへと引き継がれ、さらに、リーマン多様体へと展開する。微分幾何学の歴史展開における数学としての多様体と、近現代人の活動の集積として形成されていく哲学研究の対象としての多様体とは通底していることが伺えよう。⁶⁾

4. とりあえずのまとめと、前途瞥見

このような展望が一度得られれば、数学としての多様体とポスト・フレーゲ哲学の仲介として、前層構造を内蔵するクリプケ・フレームを位置づけられる。意識や理性といった概念を使って考察を進める近代西欧の伝統手法を日本に移入して展開された過程の末端近くに提示された多様体哲学と、数学としての多様体研究の発展とを、クリプケ可能世界意味論の前層構造をとおして、通底させる展望が描かれなければならない。この展望の先には、さらに、ローベアーの *hyper-doctrine* が控えているにしても、この段階での通底を手掛かりに、多様体哲学のポスト・フレーゲ化が構想されねばならないし、また、可能であると考えられる。クワインの提唱した存在基準は、前層構造をとおしてクリプケ・フレームの構造を内蔵する多様体意味論の観点から見直すと、第1階述語論理とそのタルスキー意味論の場合とは異なり、多様体の一つの近傍系に限定された存在の基準へと局所化され矮小化されるように見える。このように考えると、永井博先生が抱かれたクワイン存在基準への批判の原因について、多様体哲学の観点から一応の解明を与えることができよう。

5. 付録

永井先生からうかがった他の二つの言葉について、以下に概略を記す。

(2) 「重心移動」

『世界観の哲学と原理』が公刊された時期、筑波大での研究報告の後の会話で言われた。多様な世界観の対立を、重心移動のような考えで説明できないか、と言われながら、両足をやや開き、上体を左右させ重心を移動されるジェスチャーの最中、両足の立っている床から、異なる世界観が立ち現れて来るような印象を受けた。

本来の存在領域（判断以前に与えられている領域、未限定故に全てを包括する領

域)に向かって、重心移動により一つの構えを定めるたびに、そこから局所領域(それぞれの歴史文化の発展という時間の経過を経た深さを有する局所領域)が立ち現れる、と考えることで多様な世界観の調和共存を説明できないか。上体を左右に重心移動するジェスチャーを、筆者がこのように解するようになったのは、ローベアーの‘Sets Within Geometry’という数学史観と林晋の田辺研究に触発されてからである。

ある駅から別の駅への移動は、合理的行為者の選択の軌跡として様相意味論の構造を入れて考察できよう。他方、移動先で自らの命を絶つたためならば、行為者の不安や関心を論じるべきであり、さらに、到達地が学童の疎開地や強制収容所であれば、個人をこえた時流や時運が問題にされねばならぬ。重心移動により、位相空間としての多様体、歴史的に形成された世界としての多様体等々、異種の多様体が立ち現れるなら、重心移動の行われる場が諸多様体の根源として予想されている。

(3)「実体化されない述語」

筑波大での報告の最中、集合を実線の円で、クラスを破線の円で、板書したところ、破線で囲まれた円を指刺されて、それは、実体化されない述語のことを言いたいのだろう、と指摘された。当時は、私は、ニヤーヤ学派の論理学を J.F.Staal が(中村元との論争のなかで) Theory of Restricted Variables により定式化していること、さらに、この制限変項理論は型付 λ 計算で表現できること (William Craig の教示)、したがって、ニヤーヤ学派の論理学について、圏論的解釈を与える可能性が出てくる、これらのことに興味を惹かれており、『比較思想への途』(三枝充恵 代表)に短い記事を書いた。集合論の基礎を圏論で考察することとインド論理学の圏論解釈は自分のなかでは同時進行していた。「破線で囲まれた円」は「実体化されない述語」のことを言いたいのだろう、という指摘については、西田から務台への系統が、ウイーン学派とその後の発展のなかで影響をうけていく軌跡も見つめなおし、考察を進めることが望まれる。

注

- 1) 以下、他の諸先生諸先達の方々への敬称略。多様体哲学、多様体の哲学について林晋(2013)から多々触発された。ポスト・フレーゲ哲学については、M.Beaney(2013)を参照。
- 2) 公理の候補を経験の拡大が炙り出し、経験により公理が選定され、公理のリストが訂正

される、とまでタルスキーは踏み出さない。踏み出すと先がどうか、拙稿（1982）で「実験数学」として考察した。さらに、拙稿（1984）は、実験数学の一例である。北海道大学へ移動後、分析性・規範性と経験との関係について、同様の方法態度に基づく問題意識のもと、自然演繹による部分構造論理の研究が、上野岳史、北村久、深山洋平、亙理修、諸氏との共同で行われ、一連の諸論文が生まれた。

- 3) ‘Sets Within Geometry’ については、下記 URL 参照。ローベアーの講演のビデオも閲覧可。
<http://www.archmathsci.org/conferences-and-workshops/symposium-sets-within-geometry-nancy-france-26-29-july-2011-2/>
- 4) 佐竹一郎著、『現代数学の源流』では、驚異の定理のガウスによる証明が再現されている。ガウス自身は、この定理により開かれる幾何学の新たな展望を、ラテン語で *campo* と表現している。ガウスより前に、*campo* が曲面の意味で使用されていたかは、わからない。現代のイタリア語、スペイン語では、この語は曲面の意味も含むようである。
- 5) 廣松編訳（『新編輯版 ドイツ・イデオロギー』、岩波文庫）では、数倍と訳されている。*multiply* の意味ではなく、*multiplicate* の意味で *vervielfachen* という語を解することにより、地球全体を覆うように繁茂する 19 世紀前半の経済活動の状況がより適切に捉えられよう。この指摘は、北大の元同僚に負う。
- 6) ここで言及している二つの多様体は通底していても、数学に時間を持ちこんではならぬという澤口の警句を受け入れるならば、峻別すべきである。田邊の講義を聴き学徒出陣した者がこの警句を発するとき、実戦を体験した者が言外に語るおぞましい世界の発生への忌避が、この警句から伝わってきた。歴史的に形成される多様体としての世界の流れを、数学の発展のなかで形成されてきた多様体の数学研究に持ち込むと、歴史の動きに歯止めが効かなくなるのかもしれない。M.ダメットが直観主義論理に意味解釈を与えようと試みるとき、いわば数学者の行為を通して時間が意味論にもちこまれる。数学が本来無時間的なら、ダメットにとっては、*semantics, theory of meaning* 何れも無時間的な数学の一部とはなりえない。タルスキー意味論のフォーマルな部分に限って言えば、モデル理論の定理はすべて BG の公理から証明されるので、数学の一部である。歴史形成の時間の流れはタルスキー意味論には持ち込まれていない。1995 年 Dalhausie 大開催の圏論研究会で、*refined version of materialism* の立場を採ると宣言したローベアーの意味論では、いかなる意味の時間も数学に持ち込まない、というわけにはいかないだろう。

文献

- Beaney, M. *The Oxford Handbook of The History of Analytic Philosophy*. Oxford: Oxford University Press, 2013.
- Fukayama, Y., Nakatogawa, K., & Kitamura, H. "Substructuralized Modal Logics Applied to the Two girls Puzzle". In *SOCREAL 2007: Proceedings of the International Workshop on Philosophy and Ethics of Social Reality*, pp. 40-53. Edited by T.Yamada. Sapporo, Japan: Hokkaido University, 2007.
<http://eprints.lib.hokudai.ac.jp/dspace/bitstream/2115/29937/1/KitamuraEtAl.pdf>
- 林晋. 「澤口昭聿・中沢新一の多様体哲学について―田辺哲学テキスト生成研究の試み（二）―」, 『日本哲学史研究』第9号（2012年）, pp. 23-74.
完全版（2013年） <http://www.shayashi.jp/xoopsMain/html/modules/wordpress/index.php?p=251>
- Kishida, K. "Generalized Topological Semantics for First-Order Modal Logic". Ph.D. diss., Pittsburgh: University of Pittsburgh, 2010.
<http://www.andrew.cmu.edu/user/awodey/students/kishida.pdf>
- Lawvere, F.W., Schanuel, S.H. *Conceptual Mathematics: A First Introduction to Categories*. Cambridge: Cambridge University Press, 1997¹, 2009².
- マルクス, エンゲルス. 『新編輯版 ドイツ・イデオロギー』, 廣松渉編訳, 小林昌人補訳（岩波書店, 2002年）.
- 中戸川孝治. 「ゲーデルの実在と直観」, 『科学基礎論研究』, vol.15, no.4（1982年）, pp. 171-177.
- 中戸川孝治. 「J.F.Stall による Navya-nyaya 学派の論理学の形式化について」, 『比較思想の途』第2号（1983年）, pp. 44-50.
- 中戸川孝治. 「投票ゲームと可測基数」, 『科学基礎論研究』, vol.16, no.4（1984年）, pp. 47-51.
- Nakatogawa, K. On designations of terms in a pre-judgmental expression: sets v.s. arrows, *Proceedings of the International Conference Kripke, logic and Philosophy*, pp. 282-290. Department of Philosophy, Peking University, 2012.
- 佐竹一郎. 『現代数学の源流（上）』（朝倉書店, 2007年）.
- Tarski, A. "Truth and Proof". *Scientific American*, 220, pp. 63-70, 75-77, 1969.

（なかとがわ・こうじ 北海道大学大学院文学研究科教授）